

## ESERCIZI SVOLTI

Soluzione esercizi proposti.

1. Si tratta di un problema di media ponderata:

$$M = \frac{28 \cdot 50 + 26 \cdot 30 + 25 \cdot 80}{50 + 30 + 80} = \frac{1400 + 780 + 2000}{160} = \frac{4180}{160} = 26,125$$

2. Anche questo è un problema di media ponderata:

$$M = \frac{1,50 \cdot 90 + 1,70 \cdot 60 + 1,75 \cdot 70 + 2,00 \cdot 50 + 1,60 \cdot 95}{90 + 60 + 70 + 50 + 95} = \frac{611,50}{365} = 1,68 \frac{\text{€}}{\text{Kg}}$$

3. Chiamiamo il più piccolo dei quattro numeri consecutivi  $x$ , così gli altri saranno rispettivamente  $x+1$ ,  $x+2$  e  $x+3$ . Ora imponiamo che la loro media sia 12,5:

$$\frac{x + x + 1 + x + 2 + x + 3}{4} = 12,5 \Rightarrow \frac{4x + 6}{4} = 12,5 \Rightarrow 4x + 6 = 12,5 \cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x + 6 = 50 \Rightarrow 4x = 44 \Rightarrow x = 11$$

4. Anche qui basta giocare un po' con le formule che definiscono la media: chiamiamo  $x$  il numero dei ragazzi e applichiamo la definizione di media:

$$\frac{7,5 \cdot 18 + 6 \cdot x}{18 + x} = 7 \Rightarrow 7,5 \cdot 18 + 6 \cdot x = 7 \cdot (18 + x) \Rightarrow 135 + 6x = 126 + 7x \Rightarrow x = 9$$

Quindi i ragazzi sono 9. Pertanto la classe è formata da 27 alunni (18 ragazze e 9 ragazzi). Per quanto riguarda la seconda parte del problema indichiamo con  $y$  la media dei voti delle ragazze e quindi imponiamo che:

$$\frac{y \cdot 18 + 7,5 \cdot 9}{27} = 7 \Rightarrow 18y + 67,5 = 189 \Rightarrow 18y = 121,5 \Rightarrow y = 6,75$$

5. Bisogna ricordare che la frequenza relativa e la frequenza percentuale sono legate dalla seguente equazione:

$$f\% = f \cdot 100 \Rightarrow f = \frac{f\%}{100}$$

Pertanto possiamo calcolare le frequenze relative:

n°di volte in cui si mangia fuori casa	frequenza percentuale	frequenza relativa
NON MANGIA MAI FUORI CASA	20%	0,20
MANGIA FUORI CASA 3 VOLTE	30%	0,30
MANGIA FUORI CASA 5 VOLTE	25%	0,25
MANGIA FUORI CASA 7 VOLTE	5%	0,05
MANGIA FUORI CASA X VOLTE	? %	???

## ESERCIZI SVOLTI

Considerando che la SOMMA DELLE FREQUENZE PERCENTUALI è 100%, si può concludere che il 20% mangia fuori casa X volte (perché  $100 - (20 + 30 + 25 + 5) = 100 - 80 = 20$ ). Allo stesso modo, ricordando che la SOMMA DELLE FREQUENZE RELATIVE è sempre uguale a 1, si può concludere che la frequenza relativa di chi mangia fuori X volte è 0,20. Ora applichiamo la definizione di media ponderata:

$$\frac{0 \cdot 0,20 + 3 \cdot 0,30 + 5 \cdot 0,25 + 7 \cdot 0,05 + X \cdot 0,20}{0,20 + 0,30 + 0,25 + 0,05 + 0,20} = 3,3 \Rightarrow 0,9 + 1,25 + 0,35 + 0,2X = 3,3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow X = \frac{3,3 - 0,9 - 1,25 - 0,35}{0,2} \Rightarrow X = \frac{0,8}{0,2} = 4$$

Dunque la X vale 4, cioè i restanti mangiano fuori casa 4 volte a settimana.

6. Cosa significherà “il tasso percentuale medio”? Riflettendo sul significato delle parole, si dovrebbe capire che esso rappresenta la media di bocciati trasformata in percentuale, pertanto:

$$\text{TASSO PERCENTUALE MEDIO} = \frac{\text{TOTALE} - \text{RESPINTI}}{\text{TOTALE} - \text{ISCRITTI}} \cdot 100\%$$

Pertanto inserendo i valori riportati in tabella si ottiene:

$$\text{TASSO PERCENTUALE MEDIO} =$$
$$= \frac{(2 + 4 + 1 + 3 + 4 + 3 + 1 + 2 + 5 + 2)}{20 + 25 + 18 + 22 + 25 + 28 + 22 + 26 + 30 + 24} \cdot 100\% = \frac{27}{240} \cdot 100\% = 11,25\%$$

7. Notiamo che nell'areogramma tutti i settori circolari sono associati alla corrispondente percentuale tranne quello relativo al “VOTO 6”. Ma sapendo che la somma di tutte le percentuali dev'essere uguale al 100%, possiamo dedurre che la percentuale relativa al “VOTO 6” è del 32% (infatti  $100 - (12 + 8 + 4 + 4 + 12 + 28) = 32$ ). Ora sapendo che gli alunni che hanno preso “VOTO 6” sono 8, possiamo calcolarci con una proporzione il totale degli alunni della classe:

$$8 : T = 32 : 100 \Rightarrow T = \frac{8 \cdot 100}{32} = 25$$

Quindi la classe è costituita da 25 alunni.

La percentuale di alunni che non hanno ottenuto la sufficienza è la somma delle percentuali di chi ha ottenuto VOTO 3, VOTO 4, VOTO 5:

$$4\% + 12\% + 28\% = 44\%$$

Per calcolare quanti alunni hanno preso un voto maggiore della sufficienza, bisogna prima calcolare la percentuale relativa e poi considerare che in classe sono in totale 25 alunni:

$$12\% + 8\% + 4\% = 24\% \Rightarrow X = \frac{24}{100} \cdot 25 = 6$$

Per calcolare il voto medio bisogna usare la formula della media ponderata e possiamo usare come “pesi” dei vari voti le frequenze percentuali:

## ESERCIZI SVOLTI

$$M = \frac{3 \cdot 4 + 4 \cdot 12 + 5 \cdot 28 + 6 \cdot 32 + 7 \cdot 12 + 8 \cdot 8 + 9 \cdot 4}{100} = 5,76$$

Il voto mediano sarà il voto corrispondente al tredicesimo posto, dopo che avremo messo in ordine crescente tutti i voti degli alunni:

VOTO 3	VOTO 4	VOTO 5	VOTO 6	VOTO 7	VOTO 8	VOTO 9
4%	12%	28%	32%	12%	8%	4%
$\frac{4}{100} \cdot 25 = 1$	$\frac{12}{100} \cdot 25 = 3$	$\frac{28}{100} \cdot 25 = 7$	$\frac{32}{100} \cdot 25 = 8$	$\frac{12}{100} \cdot 25 = 3$	$\frac{8}{100} \cdot 25 = 2$	$\frac{4}{100} \cdot 25 = 1$

Dalla tabella sopra riportata si evince che il tredicesimo voto è 6 (infatti nella classe ci sono stati 1 VOTO 3, 3 VOTO 4, 7 VOTO 5, 8 VOTO 6, 3 VOTO 7, 2 VOTO 8 e 1 VOTO 9).

8. Nel diagramma a barre sono riportate in ordinate le frequenze assolute, quindi per stabilire quanti pantaloni ha venduto in tutto basta fare la somma di tutte le frequenze assolute:

$$T = 4 + 8 + 15 + 12 + 9 + 6 + 2 = 56$$

Per calcolare la taglia media bisogna usare la media ponderata:

$$M = \frac{44 \cdot 4 + 46 \cdot 8 + 48 \cdot 15 + 50 \cdot 12 + 52 \cdot 9 + 54 \cdot 6 + 56 \cdot 2}{4 + 8 + 15 + 12 + 9 + 6 + 2} = \frac{2768}{56} \cong 49,4$$

Dato che in tutto abbiamo 56 valori, essendo 56 un numero pari, per calcolare la taglia mediana dobbiamo fare la media dei valori che occupano la 28-esima e la 29-esima posizione:

$$\text{MEDIANA} = \frac{50 + 50}{2} = 50$$

La taglia modale invece è quella con la più alta frequenza, quindi è la 48 (che ha frequenza uguale a 15).

Per calcolare la percentuale di pantaloni di taglia superiore alla 48 venduti, calcoliamo prima la somma dei pantaloni di taglia 50, 52, 54 e 56, successivamente calcoliamo che percentuale rappresenta questo numero rispetto al totale dei pantaloni venduti, ovvero rispetto a 56:

$$\text{NUMERO DI PANTALONI CON TAGLIA SUPERIORE AL 48} = 12 + 9 + 6 + 2 = 29$$

$$\text{PERCENTUALE} = X \Rightarrow X : 100 = 29 : 56 \Rightarrow X = \frac{100 \cdot 29}{56} \cong 51,79$$

9. Proviamo a calcolare la media di A e poi la media di B:

## ESERCIZI SVOLTI

$$M_A = \frac{3 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 4 + 7,5 \cdot 2 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 3}{24} = \frac{152}{24} \cong 6,33$$

$$M_B = \frac{4 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 2 + 8,5 \cdot 2 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 1}{24} = \frac{149}{24} \cong 6,21$$

Poiché la media di A è maggiore della media di B, possiamo affermare che l'insegnante A ha ragione: i suoi alunni hanno in media ottenuto voti migliori di quelli della sezione B.

Ora calcoliamo le medie dei ragazzi e delle ragazze delle due sezioni:

$$M_{AU} = \frac{3 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 1}{8} = \frac{32}{8} = 4$$

$$M_{AD} = \frac{6 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 7,5 \cdot 2 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 3}{16} = \frac{120}{16} = 7,5$$

$$M_{BU} = \frac{4 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 2}{16} = \frac{81}{16} \cong 5,06$$

$$M_{BD} = \frac{7 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 8,5 \cdot 2 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 1}{8} = \frac{68}{8} = 8,5$$

Alla luce di questi risultati possiamo dire che anche l'insegnante B ha ragione nell'affermare che sia la media dei suoi ragazzi sia la media delle sue ragazze è rispettivamente superiore alla media dei ragazzi e delle ragazze del corso A.

Questo apparente paradosso si spiega osservando che il numero di ragazzi e di ragazze nei due corsi è inversamente proporzionale, cioè  $AU : BU = BD : AD$  dove AU è il numero di ragazzi in A, AD è il numero di ragazze in A, BU è il numero di ragazzi in B e BD è il numero di ragazze in B. Se in entrambe le classi avessimo avuto sia lo stesso numero di ragazzi sia lo stesso numero di ragazze, allora le due affermazioni delle professoressa non avrebbero potute essere entrambe vere.

10. Chiamiamo X il numero dei compiti in classe di matematica già fatti da Michele prima dell'ultimo compito e chiamiamo M la media dei voti di Michele fino a prima dell'ultimo compito. Allora usando il concetto di media ponderata si ha:

$$\begin{aligned} \frac{M \cdot X + 10 \cdot 1}{X + 1} = 9 & \quad M \cdot X + 10 = 9 \cdot (X + 1) & \quad MX + 10 = 9X + 9 & \quad MX - 9X = -1 \\ \Rightarrow & \quad \Rightarrow & \quad \Rightarrow & \\ \frac{M \cdot X + 5 \cdot 1}{X + 1} = 8 & \quad M \cdot X + 5 = 8 \cdot (X + 1) & \quad MX + 5 = 8X + 8 & \quad MX - 8X = 3 \end{aligned}$$

Ora, se sottraiamo membro a membro la prima e la seconda equazione otteniamo:

$$(MX - 9X) - (MX - 8X) = -1 - 3 \Rightarrow MX - 9X - MX + 8X = -4 \Rightarrow -X = -4 \Rightarrow X = 4$$

Dunque Michele ha già fatto 4 compiti in classe prima dell'ultimo.